第28講　正領域，負領域

28　A(2, −3)，B(0, −2)，C$\left(\dfrac{3}{2},\ -\dfrac{7}{2}\right)$とするとき，次の各問いに答えよ．

(1)　直線 $x+ty+t^2=0$ が線分 AB（端点を含む）と共有点をもつような実数 t の条件を求めよ．

(2)　直線 $x+ty+t^2=0$ が線分 AB（端点を含まない）と共有点をもつような実数 t の条件を求めよ．

(3)　直線 $x+ty+t^2=0$ が三角形 ABC と共有点をもつような実数 t の条件を求めよ．

(4)　直線 $x+ty+t^2=0$ が三角形 ABC の内部と共有点をもつような実数 t の条件を求めよ．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第28講　正領域，負領域

28　1 でない実数 t に対して点 $\mathrm{P}(5-2t,\ t)$ と定め，点 $\mathrm{Q}(3,\ 1)$ とし，$C：x^2+y^2=R$ $(R>0)$ とする．次の各問いに答えよ．

(1)　直線 PQ を表す式を求めよ．

(2)　線分 PQ（両端を含む）が円 C の内部に含まれているような R の値の範囲を求めよ．

(3)　線分 PQ（両端を含む）が円 C の周及び内部と共有点をもたないような R の値の範囲を求めよ．

【選択肢】

(1)　㋐　$x+2y+5=0$　　㋑　$y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$　　㋒　$2x-y+5=0$

(2)　㋐　$\begin{cases} R>10 & (1<t\leqq 3) \\ R>5t^2-20t+25 & (t<1,\ t>3) \end{cases}$　　㋑　$\begin{cases} R<10 & (1<t\leqq 3) \\ R<5t^2-20t+25 & (t<1,\ t>3) \end{cases}$

㋒　$\begin{cases} R>10 & (1\leqq t\leqq 3) \\ R>5t^2-20t+25 & (t<1,\ t>3) \end{cases}$

(3)　㋐　$\begin{cases} R>10 & (t<1) \\ R>5t^2-20t+25 & (1<t<2) \\ R>5 & (t\geqq 2) \end{cases}$　　㋑　$\begin{cases} R<10 & (t\geqq 2) \\ R<5t^2-20t+25 & (1<t<2) \\ R<5 & (t<1) \end{cases}$

㋒　$\begin{cases} R<10 & (t<1) \\ R<5t^2-20t+25 & (1<t<2) \\ R<5 & (t\geqq 2) \end{cases}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第28講　正領域，負領域

28 A(2, −3)，B(0, −2)，C$\left(\dfrac{3}{2}, -\dfrac{7}{2}\right)$とするとき，次の各問いに答えよ．

(1) 直線 $x+ty+t^2=0$ が線分 AB（端点を含む）と共有点をもつような実数 t の条件を求めよ．

(2) 直線 $x+ty+t^2=0$ が線分 AB（端点を含まない）と共有点をもつような実数 t の条件を求めよ．

(3) 直線 $x+ty+t^2=0$ が三角形 ABC と共有点をもつような実数 t の条件を求めよ．

(4) 直線 $x+ty+t^2=0$ が三角形 ABC の内部と共有点をもつような実数 t の条件を求めよ．

【答】 (1) $0\leqq t\leqq 1,\ t=2$　(2) $0<t<1,\ t=2$　(3) $0\leqq t\leqq 1,\ 2\leqq t\leqq 3$　(4) $0<t<1,\ 2<t<3$

【解答】

$f(x, y)=x+ty+t^2$ とおくと，$f(\mathrm{A})=f(2, -3)=2+t\times(-3)+t^2$ より
$f(\mathrm{A})=(t-1)(t-2)$ である．

同様に $f(\mathrm{B})=t(t-2)$，$f(\mathrm{C})=\left(t-\dfrac{1}{2}\right)(t-3)$ を得る．

(1) $f(\mathrm{A})f(\mathrm{B})\leqq 0$ であればよいので $t(t-1)(t-2)^2\leqq 0$ より $\boldsymbol{0\leqq t\leqq 1,\ t=2}$

(2) $f(\mathrm{A})f(\mathrm{B})<0$ または $f(\mathrm{A})=f(\mathrm{B})=0$ であればよいので $t(t-1)(t-2)^2<0$ または $(t-1)(t-2)=t(t-2)=0$ より $\boldsymbol{0<t<1,\ t=2}$

(3) $f(\mathrm{A})$ と $f(\mathrm{B})$ と $f(\mathrm{C})$ がすべて正の場合と，$f(\mathrm{A})$ と $f(\mathrm{B})$ と $f(\mathrm{C})$ がすべて負の場合以外であればよい．

$$(t-1)(t-2)>0,\ t(t-2)>0,\ \left(t-\frac{1}{2}\right)(t-3)>0$$

$$\text{または}\quad (t-1)(t-2)<0,\ t(t-2)<0,\ \left(t-\frac{1}{2}\right)(t-3)<0$$

を解くと $t<0,\ 1<t<2,\ t>3$ となるので，求める t の条件は $\boldsymbol{0\leqq t\leqq 1,\ 2\leqq t\leqq 3}$

(4) (3)の結果から $f(\mathrm{A})$ と $f(\mathrm{B})$ と $f(\mathrm{C})$ の中で2つが0の場合と，1つが0で残り2つが同符号の場合を除けばよいので，求める t の条件は $\boldsymbol{0<t<1,\ 2<t<3}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 28 講　正領域，負領域

28　1 でない実数 t に対して点 $\mathrm{P}(5-2t,\ t)$ と定め，点 $\mathrm{Q}(3,\ 1)$ とし，$C：x^2+y^2=R$ $(R>0)$ とする．次の各問いに答えよ．

(1)　直線 PQ を表す式を求めよ．

(2)　線分 PQ（両端を含む）が円 C の内部に含まれているような R の値の範囲を求めよ．

(3)　線分 PQ（両端を含む）が円 C の周及び内部と共有点をもたないような R の値の範囲を求めよ．

【選択肢】

(1)　㋐　$x+2y+5=0$　　㋑　$y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$　　㋒　$2x-y+5=0$

(2)　㋐　$\begin{cases} R>10 & (1<t\leqq 3) \\ R>5t^2-20t+25 & (t<1,\ t>3) \end{cases}$　　㋑　$\begin{cases} R<10 & (1<t\leqq 3) \\ R<5t^2-20t+25 & (t<1,\ t>3) \end{cases}$

㋒　$\begin{cases} R>10 & (1\leqq t\leqq 3) \\ R>5t^2-20t+25 & (t<1,\ t>3) \end{cases}$

(3)　㋐　$\begin{cases} R>10 & (t<1) \\ R>5t^2-20t+25 & (1<t<2) \\ R>5 & (t\geqq 2) \end{cases}$　　㋑　$\begin{cases} R<10 & (t\geqq 2) \\ R<5t^2-20t+25 & (1<t<2) \\ R<5 & (t<1) \end{cases}$

㋒　$\begin{cases} R<10 & (t<1) \\ R<5t^2-20t+25 & (1<t<2) \\ R<5 & (t\geqq 2) \end{cases}$

【答】　(1) ㋑　(2) ㋐　(3) ㋒

【解答】

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=(2t-2,\ 1-t)$ より直線 PQ の傾きは $\dfrac{1-t}{2t-2}=-\dfrac{1}{2}$ となるので，直線 PQ の式は

$y=-\dfrac{1}{2}(x-3)+1$ すなわち $\boldsymbol{y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}}$ となる．

(2)　$f(x,\ y)=x^2+y^2-R$ とおくと，$f(0,\ 0)=-R<0$ より，$f(\mathrm{P})=f(5-2t,\ t)<0$ かつ $f(\mathrm{Q})=f(3,\ 1)<0$ となればよい．

$$f(\mathrm{P})=(5-2t)^2+t^2-R=5t^2-20t+25-R<0$$

より $R>5t^2-20t+25$

また

$$f(\mathrm{Q})=3^2+1^2-R=10-R<0$$

より $R>10$

ここで，$(5t^2-20t+25)-10=5(t-1)(t-3)$ より

$$\boldsymbol{\begin{cases} R>10 & (1<t\leqq 3) \\ R>5t^2-20t+25 & (t<1,\ t>3) \end{cases}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(3)　円 C の中心は $(0,\ 0)$ であり，この点から直線 PQ へ下ろした垂線の足を H とすると，
$\vec{u}=(1,\ 2)$ は PQ$\perp\vec{u}$ で点 $(1,\ 2)$ は PQ 上であることより，H$(1,\ 2)$ である．

(Ⅰ)　$5-2t\leqq 1$ すなわち $t\geqq 2$ のとき，点 H は線分 PQ に含まれるので，(2)の $f(x,\ y)$ に対し $f(\mathrm{H})\leqq f(\mathrm{P})$，$f(\mathrm{H})<f(\mathrm{Q})$ であることより求める条件は $f(\mathrm{H})>0$ である．よって

$$f(\mathrm{H})=1^2+2^2-R>0$$

より $R<5$

(Ⅱ)　$5-2t>1$ すなわち $t<2$ のとき，点 H は線分 PQ に含まれないので，求める条件は $f(\mathrm{P})>0$ かつ $f(\mathrm{Q})>0$ であり，(1)と同様にして

$$\begin{cases} R<10 & (t<1) \\ R<5t^2-20t+25 & (1<t<2) \end{cases}$$

以上より求める R の値の範囲は

$$\begin{cases} \boldsymbol{R<10} & \boldsymbol{(t<1)} \\ \boldsymbol{R<5t^2-20t+25} & \boldsymbol{(1<t<2)} \\ \boldsymbol{R<5} & \boldsymbol{(t\geqq 2)} \end{cases}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。